Cinématique

Exercice n°1 (★)

Une voiture roule à $50\ km.h^{-1}$. Elle freine brusquement jusqu'à l'arrêt total sur une distance de $d = 15\ m$. En supposant l'accélération uniforme, donner sa valeur a et l comparer à l'accélération de la pesanteur $g \simeq 10\ m.s^{-1}$.

Exercice n°2 (★)

Une voiture est chronométrée pour un test d'accélération en ligne droite avec départ arrêté (vitesse nulle).

1. Elle est chronométrée à $26{,}6\ s$ au bout d'une distance $D = 180\ m$. Déterminer l'accélération (supposée constante) et la vitesse atteinte à la distance D.
2. Quelle est alors la distance d'arrêt pour une décélération de $7\ m.s^{-2}$?

Exercice n°3 (★)

Un satellite géostationnaire est en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre. Il ressent une accélération d'expression

$$a = g\left(\frac{R}{r}\right)^2$$

où $R = 6400\ km$ est le rayon de la Terre, r le rayon de l'orbite et $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$. La période de révolution du satellite est égale à la période de rotation de la Terre sur elle-même.

3. Calculer la période de rotation de la Terre sur elle-même, puis la vitesse angulaire Ω.
4. Déterminer l'altitude du satellite géostationnaire.
5. Déterminer la vitesse du satellite sur sa trajectoire et calculer sa norme.

Exercice n°4 (★)

Un point matériel se déplace le long d'une hélice circulaire. Son mouvement est donné en coordonnées cylindriques par :

$$\begin{cases} r(t) = R \\ \theta(t) = \omega \times t \\ z = h \times t \end{cases}$$

où $(\omega\,;h)$ sont des constantes.

1. Donner les unités de $(\omega\,;h)$ dans le système international.
2. Donner l'expression de la vitesse $\vec{v}$.
3. En déduire que le module de la vitesse $v = \left\|\vec{v}\right\|$ est constant.
4. Exprimer l'accélération $\vec{a}$.

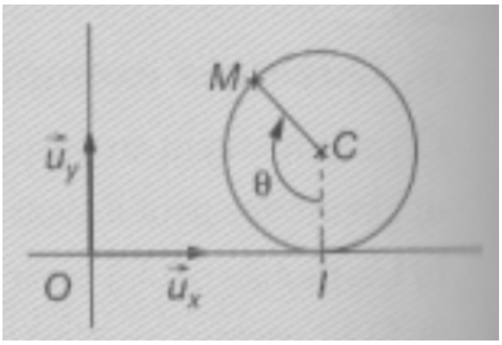
Exercice n°5 (★)

Un conducteur roule à vitesse constante v_0 sur une route rectiligne. Comme il est en excès de vitesse à $100\,km.h^{-1}$, un gendarme en moto démarre à l'instant où la voiture passe à sa hauteur et accélère uniformément. Le gendarme atteint la vitesse de $90\,km.h^{-1}$ au bout de $10\,s$.

1. Quel sera le temps nécessaire au motard pour rattraper la voiture ?
2. Quelle distance aura-t-il parcourue ?
3. Quelle vitesse aura-t-il alors atteinte ?

Exercice n°6 (★★)

On repère un point M sur une roue de rayon R. Initialement, ce point M coïncide avec l'origine O du repère. Ensuite, au cours du mouvement, on appelle $\theta(t)$ l'angle entre $\overrightarrow{CM}$ et la verticale descendante. La roue roule sans glisser sur le sol de telle manière que l'abscisse x_I du point de contact I de la roue avec le sol soit égale à l'arc de cercle IM. La vitesse du centre C de la roue est $\overrightarrow{v_C} = v_0\overrightarrow{u_x}$ où v_0 est une constante positive.



1. Trouver les coordonnées cartésiennes $\left(x(t), y(t)\right)$ du point M.
2. Tracer la trajectoire du point M sur une calculatrice ou un ordinateur (on pourra prendre des paramètres unités dans le système international).

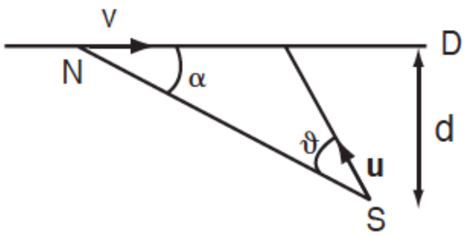
Exercice n°7 (★★)

Une particule se déplace sur l'axe (Ox). En O, elle pénètre avec une vitesse $\vec{v}(t=0) = v_0\overrightarrow{u_x}$ avec $v_0 \geq 0$ dans un milieu qui la freine. Dans ce milieu, l'accélération de la particule est donnée par $\vec{a}(t) = -k \times v^2(t)\overrightarrow{u_x}$ où k est une constante positive.

1. Déterminer la vitesse $\vec{v}(t) = v(t)\overrightarrow{u_x}$. On intégrera la relation obtenue en isolant d'un côté les termes concernant la vitesse.
2. Initialement, le mobile est situé en O. En déduire l'évolution de sa position au cours du temps.
3. Montrer que la vitesse s'exprime en fonction de la position comme $v = v_0 e^{-kx}$.
4. Que dire de la particule après un temps très long ?

Exercice n°8 (★ ★)

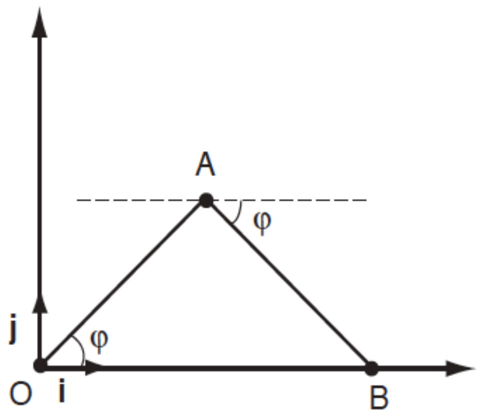
Un navire N est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme de vitesse $\vec{v}$, le long d'une droite D. Un sous-marin immobile S tire une torpille T à l'instant où l'angle $\left(\overrightarrow{NS}, \vec{v}\right)$ a la valeur α. T étant animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\vec{u}$.



Quelle doit être la valeur de l'angle de tir $\theta = \left(\vec{u}, \overrightarrow{SN}\right)$ si l'on veut couler N ?

Exercice n°9 (★ ★)

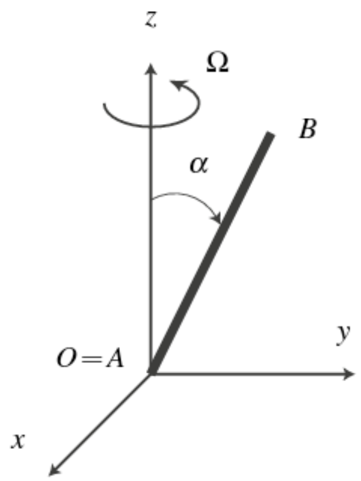
Soit un système constitué de deux barres identiques OA et AB, chacune de longueur $2b$, articulées en A et assujetties à rester dans le plan $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. B glisse le long de l'axe Ox. L'angle $\varphi = \left(\vec{i}, \overrightarrow{OA}\right)$ vérifie l'équation $\varphi = \omega t$ avec ω constant.



1. En examinant la position du point M, milieu du segment AB, pour des cas particuliers d'angle φ, émettre une hypothèse sur l'allure de la trajectoire de ce point.
2. Etablir les expressions des coordonnées des points A, B et M en fonction de b et φ.
3. Déduire des coordonnées de M l'équation cartésienne $y = f(x)$ de la trajectoire du milieu M de AB. Déterminer le type de trajectoire obtenue et le sens de parcours. Que peut-on dire du vecteur vitesse par rapport à la trajectoire ?
4. Déterminer les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération de M. Déterminer l'équation de l'hodographe (représentation de la trajectoire décrite par l'extrémité du vecteur vitesse de coordonnées $\left(\dot{x}(t), \dot{y}(t)\right)$) par rapport au point O. Préciser le type de courbe obtenue et le sens de parcours. Que peut-on dire du vecteur accélération par rapport à l'hodographe ?

Exercice n°10 (★★)

Une barre rigide AB de longueur L est mise en rotation uniforme à la vitesse angulaire Ω autour d'un axe fixe (Oz) dans le référentiel $\mathcal{R}$ lié au repère $\left(O,\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z}\right)$. La barre est située dans un plan vertical et son extrémité A est confondu avec O. Elle fait un angle α avec l'axe (Oz).



1. Décrire le mouvement du point A dans $\mathcal{R}$.
2. Décrire celui du point B puis exprimer ses vecteurs position, vitesse et accélération.