

DS9 - Corrigé

Exercice n°1 :

Partie I

1. On a : $Q_c < 0$; $W > 0$; $Q_f > 0$.

Par définition, le COP est donné par $\eta = \frac{-Q_c}{W}$.

2. Premier principe appliqué au fluide sur le cycle : $\Delta U_{\text{cycle}} = W + Q_c + Q_f = 0$ soit $W = -Q_c - Q_f$.

Le COP peut ainsi s'écrire :

$$\eta = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}$$

Second principe appliqué au fluide sur le cycle : $\Delta S_{\text{cycle}} = \frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} + S_{\text{créée}} = 0$

Comme $S_{\text{créée}} = 0$ soit $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} = 0$ (inégalité de Clausius) et donc $\frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c}$.

Il s'ensuit que :

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

3. $\eta = 10,2 > 1$. Il s'agit d'une efficacité pour un transfert de chaleur et non du rendement d'une conversion d'énergie.

Partie II

1. Transformation 1-2 : compression (P augmente) adiabatique et réversible (donc isentropique)
Transformation 2-5 : refroidissement ($Q_c < 0$) isobare (suivant une horizontale)
Transformation 5-6 : détente (P diminue) isenthalpe (suivant une verticale)
Transformation 6-1 : réchauffement ($Q_f > 0$) isobare (suivant une horizontale)
2. 1 : vapeur sèche, $T_1 = 283 \text{ K}$, $P_1 = 3,3 \text{ bar}$
2 : vapeur sèche, $T_2 = 336 \text{ K}$, $P_2 = 14 \text{ bar}$
5 : liquide, $T_5 = 323 \text{ K}$, $P_5 = 14 \text{ bar}$
6 : mélange liquide-vapeur, $T_6 = 277 \text{ K}$, $P_6 = 3,3 \text{ bar}$, $x_v = 0,33$
3. La transformation 7-1 est une surchauffe ; on s'assure ainsi qu'il ne reste plus aucune goutte de liquide avant le passage du fluide dans le compresseur.

4. La transformation 4-5 est un sous-refroidissement ; on s'assure qu'il ne reste plus une bulle de gaz avant la détente.
5. On s'intéresse ici à la transformation 6-1 pour laquelle on peut écrire à l'aide de la relation 2 :

$$P_f = D_m q_f = D_m (h_1 - h_6)$$

$$\text{Soit } D_m = \frac{P_f}{h_1 - h_6} = 0,44 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}.$$

6. Par définition, le COP est donné par $\eta = \frac{-Q_c}{W} = \frac{-q_c}{w}$.

$$\text{Or, on a : } q_c = h_5 - h_2 \text{ et } w = h_2 - h_1.$$

$$\text{Soit } \eta_{th} = \frac{h_2 - h_5}{h_2 - h_1} = 5,5$$

7. On a : $P = D_m w$

$$\text{Ainsi, on a : } \eta_{réel} = \frac{D_m (h_2 - h_5)}{P} = 3,9$$

On a $\eta_{réel} < \eta_{th}$ ce qui peut s'expliquer par le mauvais rendement du compresseur ou la présence de sources d'irréversibilité.

Partie III

1. On a d'après la relation (2)

$$h(x+dx) - h(x) = w_u + q = q$$

puisqu'il n'y a pas de parties mobiles ce qui impose $w_u = 0$. En multipliant par le débit massique, on a :

$$D_m (h(x+dx) - h(x)) = D_m c_e dT = P_{th} dx = \alpha (T_e - T(x)) dx$$

$$\frac{dT}{dx} + \frac{T}{l_c} = \frac{T_e}{l_c} \text{ avec } l_c = \frac{D_m c_e}{\alpha}$$

2. La solution générale de l'équation précédente s'écrit :

$$T(x) = A e^{-\frac{x}{l_c}} + T_e$$

On utilise la condition initiale : $T(x=0) = T_i = T_e + A$

$$\text{Il s'ensuit que : } T(x) = (T_i - T_e) e^{-\frac{x}{l_c}} + T_e$$

3. l_c correspond à la longueur caractéristique d'évolution de la température. On trouve $T(5l_c) \approx T_e$.
4. L'évaporateur étant calorifugé, on a :

$$\delta Q_f = -\delta Q_e$$

Or, le premier principe appliqué à l'eau s'écrit :

$$dm_e c_e \Delta T = D_{m1} dt \times c_e (T_{S1} - T_{E1}) = \delta Q_{eau}$$

Soit finalement

$$D_{m1} = \frac{-\delta Q_f}{dt} \times \frac{1}{c_e (T_{S1} - T_{E1})} = 7,18 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

5. Les modules étant parallèles, on a :

$$D_{m1} = N_m D_{m0} \text{ soit } D_{m0} = 0,159 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

6. On a montré que $T(x) = (T_i - T_e) e^{\frac{x}{l_c}} + T_e$.

Un module a une longueur $L_0 = \frac{L}{N_m}$ parcourue à quatre reprises par le fluide (deux allers-

retours). À la sortie du module, on a $T = T_f$ soit

$$T_f = (T_i - T_e) e^{\frac{4L}{N_m l_c}} + T_e$$

Soit :

$$L = \frac{N_m l_c}{4} \ln \left(\frac{T_f - T_e}{T_i - T_e} \right)$$

7. On obtient : $L = 102 \text{ m}$. L'utilisation d'un seul module nécessite un débit 45 fois plus important.

À vitesse du fluide constant, il faut des rayons 6,7 fois plus large. Or, sur la photo, les tuyaux représentent déjà 1/10 de la canalisation. Il n'est alors pas possible d'envisager des tuyaux aussi larges.

Exercice n°2 :

1. voir cours

2. On a : $Z(\text{Cr}) = 42 - 18 = 24$. Sa configuration électronique est : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^4$. Il fait partie des métaux de transition, se trouve à la quatrième ligne, sixième colonne.

3. Une sous-couche d à moitié remplie apporte une énergie plus basse et donc plus de stabilité qu'une sous-couche s remplie.

4. Isotope : même numéro atomique Z mais nombres de masse A différents. Pour chacun des isotopes, on a 24 protons et, suivant les cas, 26, 28, 29 ou 30 neutrons.

5. On trouve $M(\text{Cr}) \approx 51,996 \text{ u.m.a}$

6. On a :

$$\bullet \quad n.o(\text{Cr}_{(s)}) = 0 : \text{F}$$

- $n.o(\text{Cr}^{2+}) = +\text{II} : \text{E}$
- $n.o(\text{Cr}^{3+}) = n.o(\text{Cr}_2\text{O}_{3(s)}) = +\text{III} : \text{C et D}$
- $n.o(\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}) = n.o(\text{CrO}_4^{2-}) = +\text{VI} : \text{A et B}$

F,D domaine d'existence, A,B,C et E domaine de prédominance

7. On utilise la frontière ($\text{Cr}^{2+} / \text{Cr}_{(s)}$) : $\text{Cr}^{2+} + 2e^- \rightarrow \text{Cr}_{(s)}$

$$E = E^\circ + 0,03 \log([\text{Cr}^{2+}]) = -0,91 + 0,03 \log(C_{tra}) \approx -0,91V$$

Soit $C_{tra} \approx 1 \text{ mol.L}^{-1}$

8. On utilise la frontière ($\text{Cr}^{3+} / \text{Cr}^{2+}$) : $\text{Cr}^{3+} + e^- \rightarrow \text{Cr}^{2+}$

$$E = E^\circ + 0,06 \log\left(\frac{[\text{Cr}^{3+}]}{[\text{Cr}^{2+}]}\right) = E^\circ + 0,06 \log\left(\frac{C_{tra}/2}{C_{tra}/2}\right) = E^\circ \approx -0,4V$$

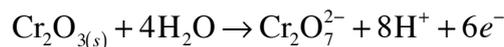
9. On a la réaction : $\text{Cr}_2\text{O}_{3(s)} + 3\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{Cr}^{3+} + 6\text{HO}^-$

On trouve ainsi : $K_s = [\text{Cr}^{3+}]^2 [\text{HO}^-]^6$

$$\text{On a : } [\text{Cr}^{3+}] = C_{tra} \text{ et } [\text{HO}^-] = \frac{K_s}{h} \approx \frac{10^{-14}}{10^{-2,8}} = 10^{-11,2} \text{ mol.L}^{-1}$$

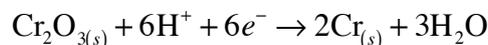
Soit : $pK_s = 67,2$

10. frontière D/A :



$$\text{Donc : } E = E^\circ + 0,01 \log(h^8 [\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}]) = E^\circ - 0,08 pH + 0,01 \log(C_{tra})$$

frontière D/F :



$$\text{Donc : } E = E^\circ + 0,01 \log(h^6) = E^\circ - 0,06 pH$$

Les deux segments de droite ne sont donc pas parallèles.

11. voir cours.

12. Le chrome métallique n'est pas stable dans l'eau (aérée ou désaérée) car son domaine d'existence est disjoint de celui de l'eau ou du dioxygène.

13. En réagissant avec l'oxygène (oxydant le plus fort), le chrome s'oxyde en $\text{Cr}_2\text{O}_{3(s)}$ qui va former une couche protectrice.

