

Devoir surveillé n°5**Problème n°1 : Autour du titane****I. Atomistique**

1. Énoncer le principe de Pauli, les règles de Klechkowski et de Hund.

2. Donner la configuration de l'atome de Titane dans son état fondamental ($Z = 22$).

3. Justifier la position (ligne et colonne) de l'élément titane dans le tableau périodique des éléments. À quelle catégorie cet élément appartient-il ?

4. Pourquoi l'ion Ti^{4+} possède-t-il une grande stabilité ?

5. Donner la représentation de Lewis pour le chlorure de titane (IV) TiCl_4 .

6. En s'appuyant sur le document fourni en annexe, donner la formule VSEPR du chlorure de titane (AX_nE_m). Prévoir la géométrie de ce composé. Faire un dessin en indiquant les angles.

II. Cristallographie

1. On s'intéresse tout d'abord au titanate de plomb, solide ionique qui existe à l'état naturel sous le nom de macédonite. Sa structure cristalline à haute température est la suivante :
- Les ions plomb occupent les sommets d'un cube d'arête a .
 - Les ions oxyde occupent les centres des faces du cube.
 - L'ion titane occupe le centre du cube.
- a. Représenter la maille cubique décrite ci-dessus (on représentera la maille en perspective ainsi qu'en élévation).

- b. Indiquer, en le justifiant, le nombre d'ions de chaque type par maille. En déduire la formule du titanate de plomb.

- c. Les ions plomb sont des ions Pb^{2+} et les ions oxyde des ions O^{2-} . En déduire si les ions titane sont des ions Ti^{2+} , des ions Ti^{3+} ou des ions Ti^{4+} .

- d. Indiquer pour un ion titane le nombre d'ions oxyde qui sont ses plus proches voisins (coordination Ti/O). Même question pour un ion plomb (coordination Pb/O).

- e. Dans les structures ioniques idéales, les ions sont assimilés à des sphères dures et tous les anions sont tangents aux cations qui les entourent. Calculer, dans une structure idéale, la longueur de l'arête a du titanate de plomb de deux façons différentes :

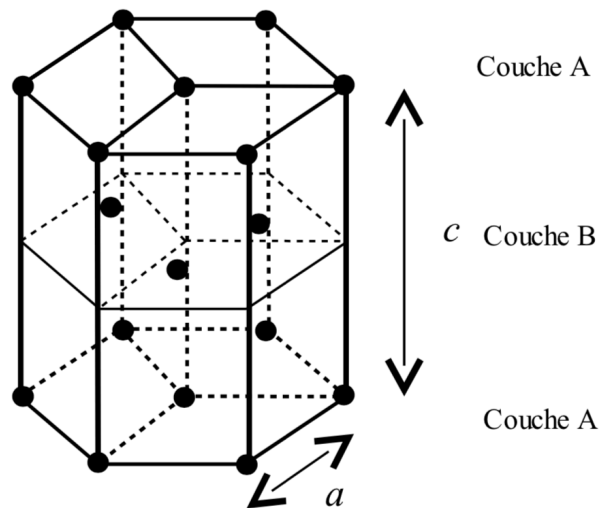
- En considérant que les ions plomb et oxyde sont tangents
- En considérant que les ions titane et oxyde sont tangents

On donne pour cela les rayons ioniques suivants :

- Rayon ionique de Pb^{2+} : $r_{\text{Pb}} = 120 \text{ pm}$
- Rayon ionique de O^{2-} : $r_{\text{O}} = 140 \text{ pm}$
- Rayon ionique de l'ion titane : $r_{\text{Ti}} = 68 \text{ pm}$

f. Conclure.

2. À basse température ($T < 882,5^\circ\text{C}$), le titane se trouve sous une forme cristalline hexagonale compacte $\text{Ti}\alpha$. L'empilement est de type $ABAB\dots$. La maille usuelle est un prisme droit à base hexagonale, de côté a et de hauteur c . Elle contient donc trois mailles conventionnelles.



- a. Quelle est le nombre d'entités présentes dans la maille hexagonale représentée. Justifier avec précision.

- b. Montrer que le volume V de la maille représentée sur la figure a pour expression

$$V = c \times 3 \times \frac{\sqrt{3}a^2}{2}$$

- c. En déduire la masse volumique ρ de $\text{Ti}\alpha$. Expression littérale puis application numérique. Le titane est très utilisé dans l'industrie aéronautique. Commenter.

Données :

- Masse molaire du titane : $M(\text{Ti}) = 47,9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Paramètre de maille : $a = 295,1 \text{ pm}$
- Paramètre de maille : $c = 468,6 \text{ pm}$
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Masse volumique du fer : $\rho = 7350 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

- d. Déterminer la coordinence d'une atome de titane. Justifier.

- e. Dans le cas d'un hexagonale compact parfait, les atomes sont assimilés à des sphères dures de rayon R et toutes les sphères sont tangentes entre elles. Montrer que le rapport des paramètres de maille a alors pour valeur $\frac{c}{a} = 2 \times \sqrt{\frac{2}{3}}$. (astuce : on pourra écrire la condition de tangence des atomes suivant qu'ils appartiennent ou non à la même couche et remarquer qu'un atome d'une couche est au centre de gravité d'un triangle formé par trois atomes de la couche inférieure)

- f. Que vaut la compacité d'un réseau hexagonal compact parfait (démonstration et valeur numérique) ?

- g. Dans le cas non parfait étudié, quelle est la distance entre deux atomes de titane proches voisins selon qu'ils appartiennent à la même couche ou non ? Conclure.

Annexe

Type d'arrangement	Géométrie	Exemple
Arrangement linéaire (AX ₂)		BCl ₂ C ₂ H ₂ (triple liaison CC) HCN (triple liaison CN) COS (double liaisons CO et CS)
Arrangement triangulaire (AX ₃)		BF ₃ H ₂ CO (double liaison CO) COCl ₂ (double liaison CO) C ₂ H ₄ (double liaison CC) CO ₃ ²⁻
Arrangement triangulaire (AX ₂ E)		SO ₂ (double liaison SO)
Arrangement tétraédrique (AX ₄)		CH ₄ , NH ₄ ⁺ , S ₂ O ₃ ²⁻ POCl ₃ (double liaison PO)
Arrangement tétraédrique (AX ₃ E)		NH ₃ PH ₃ H ₃ O ⁺

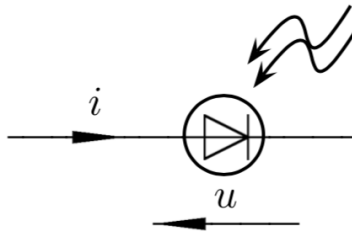
Arrangement tétraédrique (AX ₂ E ₂)		H ₂ O H ₂ S NH ₂ ⁻
Arrangement pentagonal (AX ₅)		PCl ₅ PF ₃ Cl ₂ , XeO ₃ F ₂
Arrangement pentagonal (AX ₄ E)		XeO ₂ F ₂
Arrangement pentagonal (AX ₃ E ₂)		
Arrangement pentagonal (AX ₂ E ₃)		

Problème n°2 : Unité de cellules photovoltaïques

Une utilisation de l'énergie solaire est la production d'énergie électrique par des cellules photovoltaïques. Ce problème étudie le fonctionnement d'un ensemble de cellules pouvant venir en complément d'autres dispositifs. L'énergie pourra être stockée dans des batteries d'accumulateurs et restituée à une installation domestique par l'intermédiaire d'un onduleur. Les deux parties de ce problème sont totalement indépendantes.

I. Cellules photovoltaïques

Aucune connaissance préalable sur les cellules photovoltaïques, dont le symbole est représenté sur la figure ci-dessous, n'est nécessaire pour résoudre cette partie.



Le comportement d'une cellule photovoltaïque est bien représenté par la fonction caractéristique :

$$i = I_s \left[e^{\frac{u}{U_0}} - 1 \right] - \alpha S E$$

Avec $I_s = 0,1 \text{ nA}$, $U_0 = 25,8 \times 10^{-3} \text{ V}$, $S = 12 \text{ cm}^2$ et $\alpha = 0,35 \text{ A.W}^{-1}$ où α est le coefficient représentant les pertes, S la surface de la cellule et E l'éclairement solaire.

1. Ce dipôle est-il linéaire / non-linéaire ? Actif / passif ? Symétrique / polarisé ? Justifier à l'aide de l'équation caractéristique et de sa représentation graphique.

2. Lorsque le flux solaire est maximal, l'éclairement vaut $E_1 = 800 \text{ W.m}^{-2}$; par ciel voilé, l'éclairement vaut $E_2 = 300 \text{ W.m}^{-2}$ et par temps gris $E_3 = 100 \text{ W.m}^{-2}$. Calculer la tension aux bornes d'une cellule lorsqu'elle n'est pas branchée ($i = 0$) pour les trois éclairements. On notera U_{C_1} , U_{C_2} et U_{C_3} ces trois tensions à vide.

3. Calculer numériquement I_{cc} , courant de court-circuit ($u = 0$) pour les trois éclairagements. On notera I_{cc_1} , I_{cc_2} et I_{cc_3} les trois courants en question.

4. Tracer l'allure des trois caractéristiques sur lesquelles on fera apparaître les points remarquables.

5. Déterminer l'expression de la puissance fournie P_u par la cellule.

Par la suite, on envisagera le cas où l'éclairement est maximal.

6. On cherche les conditions pour que la puissance fournie P_u soit maximale. On admettra que,

dans ces conditions, on a : $e^{\frac{u}{U_0}} \gg 1$.

- a. Établir la relation permettant de calculer $U_{\max}$, valeur de u lorsque la puissance est maximale.

- b. Par une méthode numérique, on trouve $u_{\max} = 0,49 \text{ V}$. Calculer la valeur de l'intensité $I_{\max}$ correspondante.

- c. On branche aux bornes de la cellule une résistance R . Quelle valeur faut-il donner à R pour que ces conditions soient réalisées ?

7. On définit le rendement η de la cellule comme le rapport de la puissance maximale sur la puissance solaire reçue par toute la surface de la cellule (dont on pourra établir l'expression par analyse dimensionnelle de l'éclairement E). Écrire l'expression de η . Faire l'application numérique et commenter.

Dans le but d'améliorer les performances du dispositif, on cherche à associer les cellules en série et en parallèle. On met en parallèle n_p branches identiques constituées de n_s cellules en série.

On prendra $n_p = 25$ et $n_s = 50$.

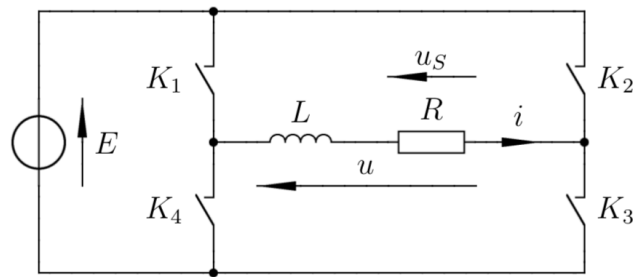
8. Exprimer la tension V_D du système et l'intensité I_D du courant qui le traverse si chaque cellule fournit sa puissance maximale. Effectuer les applications numériques.

9. Déterminer numériquement la valeur R_M de la résistance à brancher aux bornes du capteur solaire ainsi constitué pour que la condition de la puissance maximale soit réalisée.

10. On suppose maintenant que le capteur solaire n'alimente plus une résistance mais charge une batterie de 24 V de résistance interne négligeable. Quelle est la tension observée aux bornes de chaque cellule ? Quel courant traverse alors une cellule et la batterie ? Effectuer les applications numériques.

II. Étude de l'onduleur

Cette partie étudie un onduleur de tension autonome à commande symétrique ou décalée. Un onduleur est un convertisseur de tension continue en tension alternative. Le montage est représenté sur la figure ci-dessous.



Les quatre interrupteurs bi-directionnels K_1 , K_2 , K_3 et K_4 sont commandés électriquement de façon que :

- Pour $nT < t < \left(n + \frac{1}{2}\right)T$: K_1 et K_3 sont fermés ; K_2 et K_4 sont ouverts.
- Pour $\left(n + \frac{1}{2}\right)T < t < (n+1)T$: K_1 et K_3 sont ouverts ; K_2 et K_4 sont fermés.

Le générateur est une source de tension idéale de force électromotrice E constante. L est une inductance pure dite de lissage et R représente la charge c'est-à-dire ce qui se trouve en aval du circuit. Cette dernière est modélisée par un résistor de résistance R

1. Tracer la courbe $u(t)$ en indiquant les points remarquables.

2. Écrire l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$, courant circulant dans R .

3. Si $i_1(t)$ est la solution de cette équation pour $0 < t < \frac{T}{2}$ et $i_2(t)$ la solution pour $\frac{T}{2} < t < T$, déterminer les expressions de i_1 et i_2 en fonction de R , L et E et en fonction de deux constantes d'intégration A_1 et A_2 qu'on ne cherchera pas à calculer pour l'instant.

On pose : $\tau = \frac{L}{R}$ et $\alpha = e^{-\frac{T}{2\tau}}$.

On se place en régime permanent et on cherche à déterminer les valeurs de A_1 et A_2 .

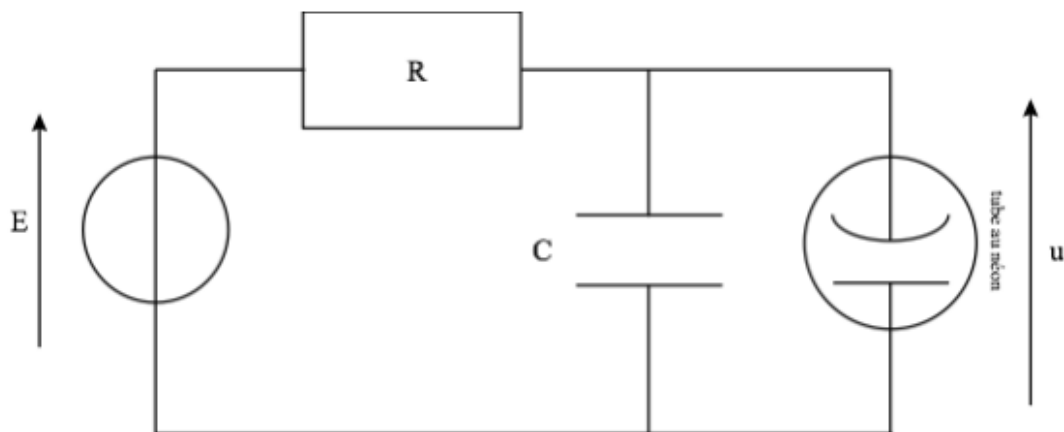
4. Écrire la « condition de raccordement » pour le courant en $t = \frac{T}{2}$ c'est-à-dire la relation liant

$i\left(t = \frac{T^-}{2}\right)$ et $i\left(t = \frac{T^+}{2}\right)$. Justifier. On obtient ainsi une première équation entre A_1 et A_2 .

5. En écrivant que le courant est périodique, écrire une seconde relation entre A_1 et A_2 . Résoudre le système ainsi obtenu.

6. Exprimer $i_1(t)$ et $i_2(t)$. Tracer le graphique de $i(t)$ en faisant apparaître les points remarquables.

Problème n°3 : Le tube néon



L'allumage du tube au néon du circuit ci-dessus se produit lors de la montée en tension, pour $u = V_A$. Son extinction se produit lorsque u décroît, pour $u = V_E$ avec $V_E < V_A$.

Lorsque le tube est éteint, sa résistance est infinie. Lorsqu'il est allumé, sa résistance prend la valeur R_N .

1. Écrire l'équation différentielle dont u est solution pour le tube éteint. Donner la solution générale, que l'on notera $u_e(t)$, de cette équation différentielle. On notera :

$$\tau_e = RC$$

2. Même question lorsque le tube est allumé. On notera $u_a(t)$ la solution générale ainsi que :

$$R_a = \frac{RR_N}{R + R_N} \text{ et } \tau_a = R_a C$$

3. On prend pour condition initiale : à $t = 0$, $u = 0$ (le tube étant donc éteint). Établir l'expression complète de $u_e(t)$ tant que le tube néon est éteint. En donner une représentation graphique. Quelle condition doit vérifier E pour que le tube s'allume ?

4. On prend maintenant pour condition initiale : à $t = 0$, $u = V_A$ (le tube étant donc allumé). Établir l'expression complète de $u_a(t)$ tant que le tube néon est allumé. En donner une représentation graphique. Quelle condition doit vérifier E pour que le tube s'éteigne ?

5. Quelles conditions doit vérifier E pour que le tube s'allume et s'éteigne alternativement ? Si les oscillations (allumage, extinction, allumage...) ont lieu, calculer les durées :

- θ_0 : avant le premier allumage
- θ_1 : temps pendant lequel le tube reste allumé
- θ_2 : temps pendant lequel il reste éteint
- T : période des oscillations

6. Application numérique :

$$C = 50 \mu F ; V_A = 90 V ; V_E = 70 V ; E = 110 V .$$

Calculer θ_0 , θ_1 , θ_2 et la fréquence f des oscillations, dans les cas suivants :

a. $R_N \ll R = 20 k\Omega$

b. $R_N = 100 \Omega$ et $R = 1 k\Omega$

7. Pour ce deuxième cas, quelle résistance minimale R' faut-il mettre en série avec le tube au néon pour qu'il reste constamment allumé ?